

(1)  $a$  を定数とする. 不等式  $x^2 - (4a + 1)x + 4a^2 + 2a < 0$  を満たす  $x$  の範囲は  $\square$  である. また, 不等式  $x^2 - (4a + 1)x + 4a^2 + 2a < 0$  を満たす整数  $x$  が  $x = 2$  だけであるような  $a$  の範囲は  $\square$  である.

(2) 数列  $\{a_n\}$  は関係式

$$a_1 = 3, a_{n+1} - a_n = 2(3^n - n) \quad (n = 1, 2, \dots)$$

を満たすとする. このとき,  $a_4 = \square$  であり,  $a_n = \square$  である.

(3)  $\log_2(4 - x) + \log_4(x - 1) = \frac{1}{2}$  をみたす  $x$  は  $x = \square$  である.

(4)  $a$  を定数とし,  $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + a$  とする. 区間  $-2 \leq x \leq 0$  における  $f(x)$  の最小値が 5 であるとき,  $a = \square$  である. またこのとき, 区間  $-2 \leq x \leq 0$  における  $f(x)$  の最大値は  $\square$  である.

(5)  $z = \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}$  とする.  $z^n$  が実数となる最小の自然数  $n$  は  $n = \square$  であり, このとき  $z^n = \square$  である. ただし  $i$  は虚数単位である.

(6)  $\triangle ABC$  において, 外接円の中心を  $O$ , その半径を 1 とし, 三角形の 3 つの内角の比は  $\angle A : \angle B : \angle C = 2 : 5 : 5$  であるとする. このとき,  $\angle BOC = \square$  であり,  $\triangle ABC$  の面積は  $\square$  である.

(7) 1 枚の硬貨を投げ, 表が出たときは白球 1 個を壺に入れ, 裏が出たときは黒球 1 個を壺に入れる. 硬貨を 3 枚投げて壺に 3 個の球が入っている.

(i) 壺に白球 1 個と黒球 2 個が入っている確率は  $\square$  である.

(ii) 壺の中から 2 個の球を取り出したとき, それが白球 1 個と黒球 1 個である確率は  $\square$  である.

(8) 等式  $\frac{1}{x} + \frac{5}{y} = 1$  を満たす自然数  $x, y$  の組は  $(x, y) = \square$  である.

(9) 1 辺の長さが 1 の正四面体  $ABCD$  において, 点  $A$  から  $\triangle BCD$  におろした垂線の足を  $H$  とする.  $\triangle ABH$  を直線  $AH$  を軸として 1 回転してできる立体の体積は  $\square$  である. また, この正四面体を直線  $AB$  を軸として 1 回転してできる立体の体積は  $\square$  である.

(10) 6 個の文字  $a, a, b, b, b, c$  を 1 列に並べる並べ方は  $\square$  通りある. またこのうち, 2 個の  $a$  の間に  $c$  がある ( $c$  は  $a$  の隣になくてもよい) 並べ方は  $\square$  通りある.

(11) 3 辺の長さが  $a, 2, 1$  である三角形が存在するための  $a$  の範囲は  $\square$  である. また, 3 辺の長さが  $a, 2, 1$  である三角形が直角三角形であるとき,  $a = \square$  である.

(12)  $n$  を自然数とする.  $xy$  平面において, 2 つの放物線  $y = nx^2, x = (n+1)y^2$  で囲まれた部分の面積を  $S_n$  とする.

(i)  $S_n$  を求めよ.

(ii) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} S_n$  を求めよ.